

1. Cálculo 1 con nivelación.

1.1. **Materia:** Matemática.

1.2. **Créditos:** 16.

1.3. **Objetivo de la asignatura.**

1.3.1. **Objetivos generales.**

El estudiante avanzará en el proceso de generalización y abstracción en matemática, comprendiendo algunas estructuras que serán básicas en cursos posteriores de la carrera. Este curso apunta a fortalecer procesos presentes en el razonamiento matemático (intuir, analizar, interpretar, particularizar y generalizar, desarrollar estrategias y modelos propios, desarrollar argumentos matemáticos, etc.). Tendrá especial énfasis en atender las deficiencias en la formación previa de los estudiantes.

El estudiante construirá significados asociados a los conceptos del curso, podrá apreciar las conexiones entre distintos conceptos matemáticos, con otras ramas de la ciencia y la cultura. En particular, tendrá contacto con la modelización matemática de diversos problemas y podrá conectar entre sí diferentes representaciones de un mismo objeto.

El estudiante desarrollará estrategias de búsqueda crítica de información en diversas fuentes, de comunicación oral y escrita, y de trabajo individual y grupal.

1.3.2. **Objetivos específicos.**

El estudiante se apropiará del sistema de los números reales, y comprenderá cómo la noción de límite está ítimamente ligada a este concepto. Sabe identificar las estructuras de cuerpo, de orden y topológica que se superponen en este conjunto numérico, operar con soltura, y es capaz de conectar diferentes representaciones de un mismo número.

Conocerá el sistema de los números complejos, sus propiedades algebraicas como extensión de los números reales, y sus propiedades geométricas, que podrá integrar con otras representaciones del plano.

El estudiante desarrollará habilidades básicas de cálculo de derivadas, integrales y otros procesos de paso al límite, incluyendo las primeras nociones acerca de su cálculo numérico y la integración de las ecuaciones diferenciales lineales. También conocerá técnicas para el cálculo de extremos, y comprenderá su importancia en la resolución de problemas de optimización. Maneja estrategias de estimación y obtención de resultados aproximados.

El estudiante podrá establecer conexiones entre fórmulas y gráficos de funciones reales, y entre estos y situaciones simples susceptibles de ser modeladas por una función real.

El estudiante conoce los principales teoremas del cálculo, comprende su significado y es capaz de aplicarlos para extraer conclusiones sobre ejemplos concretos. En particular, conoce una batería de ejemplos y contraejemplos que ilustran los conceptos y resultados del curso.

1.4. Metodología de enseñanza.

Se trata de un curso anual con $7\frac{1}{2}$ horas semanales de clases teórico prácticas y al menos $7\frac{1}{2}$ horas semanales de trabajo personal del estudiante. Está prevista una hora extra semanal de actividades de libre configuración, compartida con el curso Geometría y Álgebra Lineal 1 con nivelación.

La propuesta apunta al trabajo individual y grupal sostenido a lo largo del curso, que se sostendrá través de un sistema de evaluación continuo, y de dinámicas de trabajo en el aula que estimulen la participación de los estudiantes y la interacción entre ellos y sus docentes.

Los docentes de esta asignatura y de Geometría y Álgebra Lineal 1 con nivelación trabajarán integrados en un único equipo docente, que incluye docentes de la UEFI y del Grupo de Apoyo a ingresantes de la CSE.

1.4.1. Requisitos previos.

El curso no asume más conocimientos previos que el manejo de los números racionales y de expresiones simbólicas. En particular, no se asumirá un contacto previo con la noción de límite. Se espera que el estudiante conozca las funciones trigonométricas al comenzar el curso, pero no es esencial.

En las primeras semanas las intervenciones docentes tendrán entre sus principales objetivos el diagnóstico de la clase en cuanto a estos prerrequisitos. Se reverán si es necesario.

Es de prever que muchos estudiantes tendrán nociones sobre diversos temas del curso. Se estimulará a los estudiantes a explicitar sus ideas previas, para construir a partir de ellas los nuevos conceptos, o para realizar las revisiones que aparezcan como necesarias.

1.4.2. Evaluación.

La evaluación combinará pequeñas pruebas periódicas sobre cuestiones básicas imprescindibles para el seguimiento del curso, entrega de ejercicios, parciales, realización de trabajos individuales y grupales, y exposiciones en clase.

- Nivel de exoneración del examen: 60 % del puntaje total de las evaluaciones;
- Nivel de aprobación del curso: 50 % del puntaje total de las evaluaciones.

1.5. Temario.

1. INTRODUCCIÓN SOBRE FUNCIONES ELEMENTALES. Gráficos de funciones lineales, cuadráticas y lineales a trozos. Crecimiento, pendiente y derivada. La noción de ecuación diferencial. Área e integral. Valores extremos. Límites en el infinito. Función inversa.
2. DERIVADA E INTEGRAL DE FUNCIONES POLINÓMICAS. Los principales puntos del ítem 1 se retoman en el contexto de funciones polinómicas. Primera aproximación al teorema fundamental del cálculo.
3. EL SISTEMA NUMÉRICO. Existencia de la raíz cuadrada de los números positivos. Extensiones de \mathbb{Q} . Revisión del sistema numérico y su completitud. Distintas representaciones de un número. Las raíces cuadradas de números negativos y una primera aproximación a los números complejos.

4. EL CONCEPTO DE LÍMITE. Sucesiones y series. Cálculo de límites para sucesiones, series y funciones reales. subsucesiones convergentes de sucesiones acotadas.
5. FUNCIONES CONTINUAS. Definición. Suma y composición de funciones continuas. Ampliación de la familia de ejemplos: valor absoluto y funciones racionales.
6. INTEGRALES DE FUNCIONES CONTINUAS. Definición de la integral. La integral como función del extremo de integración. Regla de Barrow y Teorema fundamental del cálculo. Cálculo aproximado de integrales.
7. LAS PRINCIPALES FUNCIONES DEL CÁLCULO. Función exponencial y logarítmica. Funciones trigonométricas. Diferentes maneras de introducirlas y caracterizarlas. Número e .
8. FUNCIONES CONTINUAS. Teorema del máximo de Weierstrass. Teorema de Bolzano. Cálculo aproximado de raíces.
9. FUNCIONES DERIVABLES. Derivabilidad y continuidad. Aproximación lineal. Cálculo de extremos: puntos críticos. Concavidad.
10. TEOREMAS DEL VALOR MEDIO. Teoremas del valor medio y aplicaciones.
11. NÚMERO COMPLEJO. Definición. Propiedades geométricas y algebraicas. Módulo y argumento. La exponencial compleja.
12. ECUACIONES LINEALES DE SEGUNDO ORDEN Y ECUACIONES DE PRIMER ORDEN EN EL PLANO. Primeros ejemplos. Propiedades de las soluciones. Resonancia.

Referencias

- [1] Courant, R. y John, F. Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático, 1996, Limusa.
- [2] Varios autores, notas de Cálculo elaboradas en el IMERL.

2. Geometría y Álgebra Lineal 1 con nivelación.

2.1. Materia: Matemática.

2.2. Créditos: 9

2.3. Objetivo de la asignatura.

2.3.1. Objetivos generales.

Comunes con “Cálculo 1 con nivelación”.

2.3.2. Objetivos específicos.

El estudiante comprenderá como la estructura vectorial de \mathbb{R}^n interactúa con la estructura geométrica inducida por el producto escalar, y podrá explotarlas en la resolución de problemas matemáticos (sistemas lineales, búsqueda de valores y vectores propios, ajustes de mínimos cuadrados, etc.) y de aplicación. En particular, manejará los casos $n = 2$ y $n = 3$, en los que reconocerá propiedades geométricas del plano y del espacio, y que le permitirán desarrollar intuiciones geométricas que podrá extender a espacios de dimensiones más altas.

El estudiante comprenderá cómo las matrices actúan sobre \mathbb{R}^n , y entenderá el significado algebraico y geométrico de las factorizaciones más importantes (LU , diagonalización, QR , SVD , etcétera). Podrá utilizar estas factorizaciones en la resolución de problemas.

2.4. Metodología de enseñanza.

Se trata de un curso anual con 6 horas semanales de clases teórico prácticas y al menos 6 horas semanales de trabajo personal del estudiante. Está prevista una hora extra semanal de actividades de libre configuración, compartida con el curso Cálculo 1 con nivelación.

La propuesta apunta al trabajo individual y grupal sostenido a lo largo del curso, que se sostendrá través de un sistema de evaluación continuo, y de dinámicas de trabajo en el aula que estimulen la participación de los estudiantes y la interacción entre ellos y sus docentes.

Los docentes de esta asignatura y de Cálculo 1 con nivelación trabajarán integrados en un único equipo docente, que incluye docentes de la UEFI y del Grupo de Apoyo a ingresantes de la CSE.

2.4.1. Requisitos previos.

El curso no asume más conocimientos previos que el manejo de los números racionales. Nociones de la geometría del plano y del espacio son convenientes pero no esenciales, porque se irán construyendo nuevamente junto con los conceptos de la asignatura.

En las primeras semanas las intervenciones docentes tendrán entre sus principales objetivos el diagnóstico de la clase en cuanto a estos prerrequisitos. Se reverán si es necesario.

2.4.2. Evaluación.

La evaluación combinará pequeñas pruebas periódicas sobre cuestiones básicas imprescindibles para el seguimiento del curso, entrega de ejercicios, parciales, realización de trabajos individuales y grupales, y exposiciones en clase.

- Nivel de exoneración del examen: 60 % del puntaje total de las evaluaciones;
- Nivel de aprobación del curso: 50 % del puntaje total de las evaluaciones.

2.5. Temario.

1. SISTEMAS LINEALES Y ESTRUCTURA LINEAL DE \mathbb{K}^n . Sistemas lineales y eliminación gaussiana, pivotes y variables libres. Matriz y matriz ampliada de un sistema lineal, combinaciones lineales, producto de matriz por vector. Generadores, independencia lineal, bases, dimensión y rango de una matriz. Se trabajará sobre \mathbb{R} y \mathbb{Z}_2 .

2. MATRICES. Suma y producto de matrices. Descomposición LU e inversas. Nociones sobre determinantes. Aplicaciones de las matrices.
3. VALORES Y VECTORES PROPIOS. Definición del concepto. Cálculo de valores propios con el polinomio característico. Matrices diagonalizables. Valor propio dominante. Potencias de una matriz. Aplicaciones.
4. MATRICES NO NEGATIVAS Y MATRICES POSITIVAS. (*) Nociones sobre los teorema de Perron y Frobenius. Aplicaciones.
5. PRODUCTO ESCALAR. Definición del concepto, propiedades de producto interno, y desigualdad de Cauchy-Schwarz. Perpendicularidad y proyecciones.
6. GEOMETRÍA. Rectas y planos en \mathbb{R}^3 . Perpendicularidad, paralelismo. Producto vectorial. Nociones sobre superficies.
7. PRODUCTO ESCALAR EN \mathbb{R}^n . Proyecciones, ortogonalidad, método de Gramm-Schmidt, descomposición QR, y problemas de mínimos cuadrados. Aplicaciones.
8. NOCIONES DE ANÁLISIS ARMÓNICO DISCRETO (*). Bases ortonormales, FFT y nociones sobre la codificación de JPG en bases de cosenos.
9. TEOREMA ESPECTRAL Y SVD. El teorema espectral para matrices simétricas. Descomposición en valores singulares. Aplicaciones.
10. GEOMETRÍA DE MANHATTAN Y APLICACIONES (*). La norma $\|\cdot\|_1$ Geometría de Manhattan en el plano. Estados asintóticos para las cadenas de Markov.
11. GEOMETRÍA DE HAMMING Y CÓDIGOS LINEALES (*). Dígitos de control y redundancia. Códigos y distancia mínima. Matrices de control y de codificación. Nociones sobre códigos de Reed-Solomon.
12. ESPACIOS VECTORIALES GENERALES. Definición. Subespacios, bases y dimensión. Transformaciones lineales, matrices asociadas y cambios de base.

Los ítem marcados con (*) se incluirán o no dependiendo de la marcha del curso.

Referencias

- [1] IMERL, 2005, Geometría y Álgebra Lineal 1, Oficina de Apuntes del CEI
- [2] Gil, O. Álgebra Lineal, monografía en preparación.
- [3] Lay, D. Linear Algebra and its Applications, Addison-Wesley, 2000.